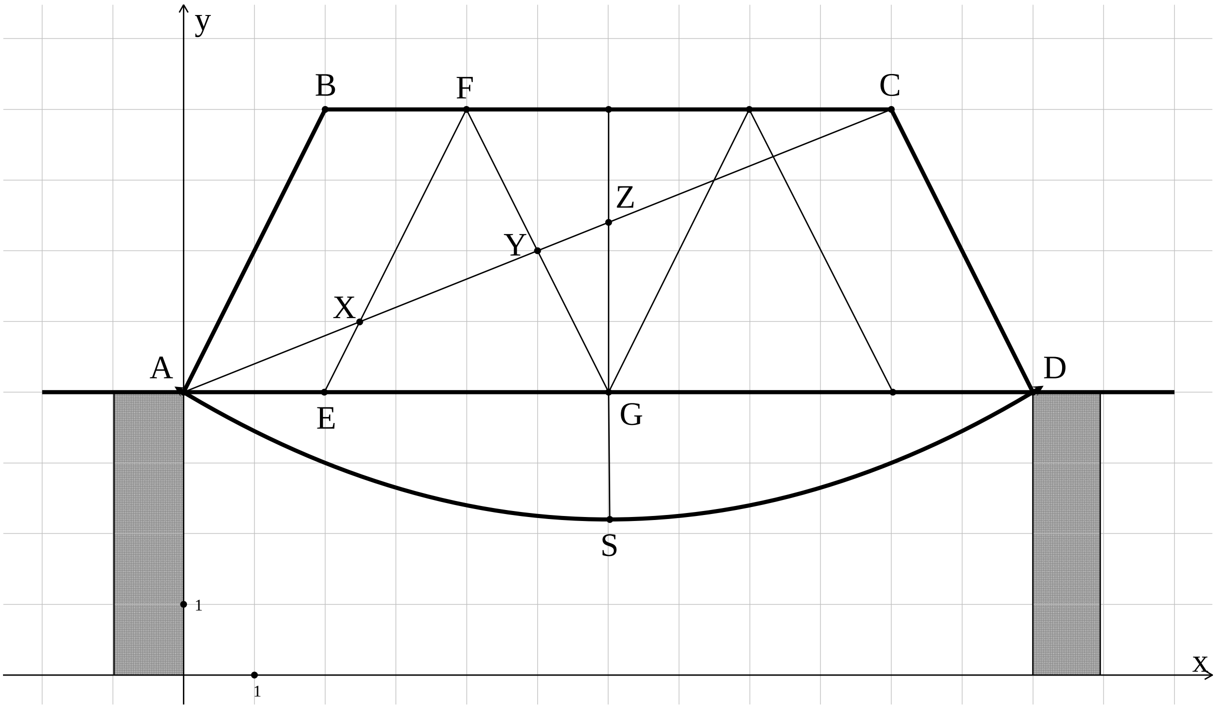
ACHT

BRÜCKEN

UND PARABELN

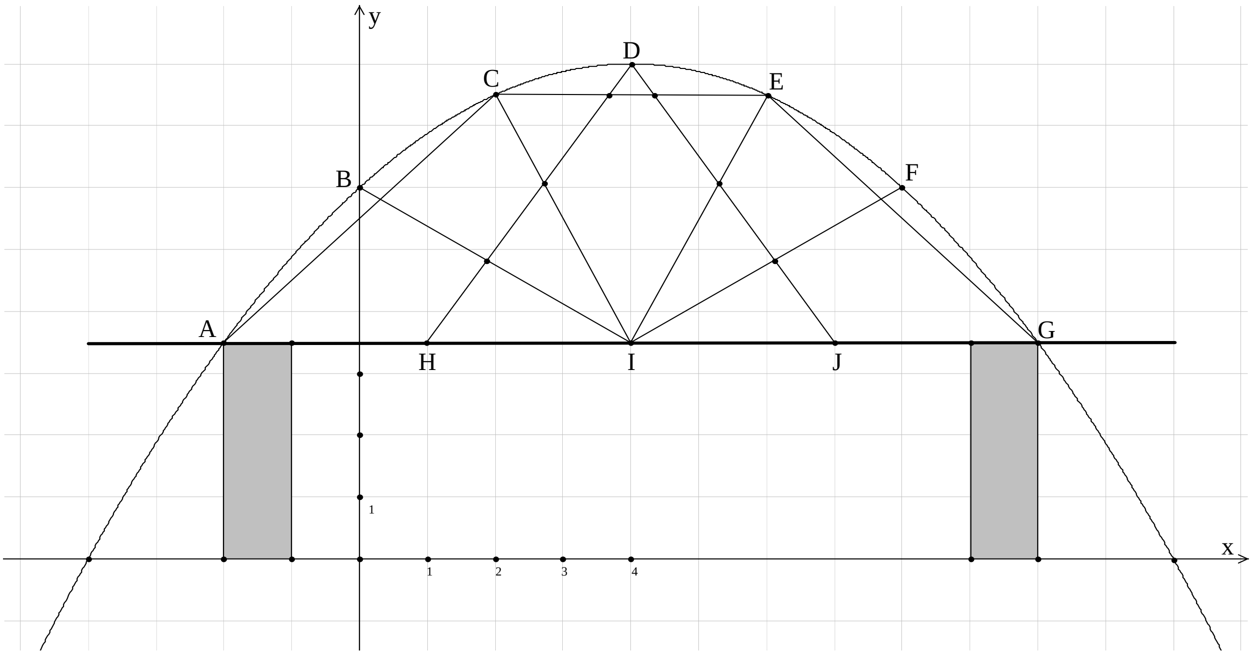


Für Klasse 11a-b

Dez-2012 bis Febr-2013

Owingen

BRÜCKE



Ein parabelförmiger Brückenbogen ist gegeben durch die Punkte A(-2/3,5), B(0/6), C(2/7,5), D(4/8), E(6/7,5), F(8/6) und G(10/3,5).

Für die Stabilität des Bogens muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Wo schneidet sich die Gerade BI mit der Geraden HD?

b) Wo schneidet sich die Gerade CI mit der Geraden HD?

c) Wo schneidet sich die Gerade CE mit der Geraden HD?

d) Bestimme die Gleichung des Brückenbogens.

e) Bestimme die Nullstellen der Parabel.

f) In welchen Punkten schneidet die Gerade $y = -\frac{5}{8}x + 6$ die Parabel?

Lösungen:

a) $y = -\frac{5}{8}x + 6 \quad \mathit{und} \quad y = \frac{3}{2}x + 2 \quad \rightarrow \quad S(1{,}88 / 4{,}82)$

b) $y = -2x + 11{,}5 \quad \mathit{und} \quad y = \frac{3}{2}x + 2 \quad \rightarrow \quad S(2{,}71 / 6{,}07)$

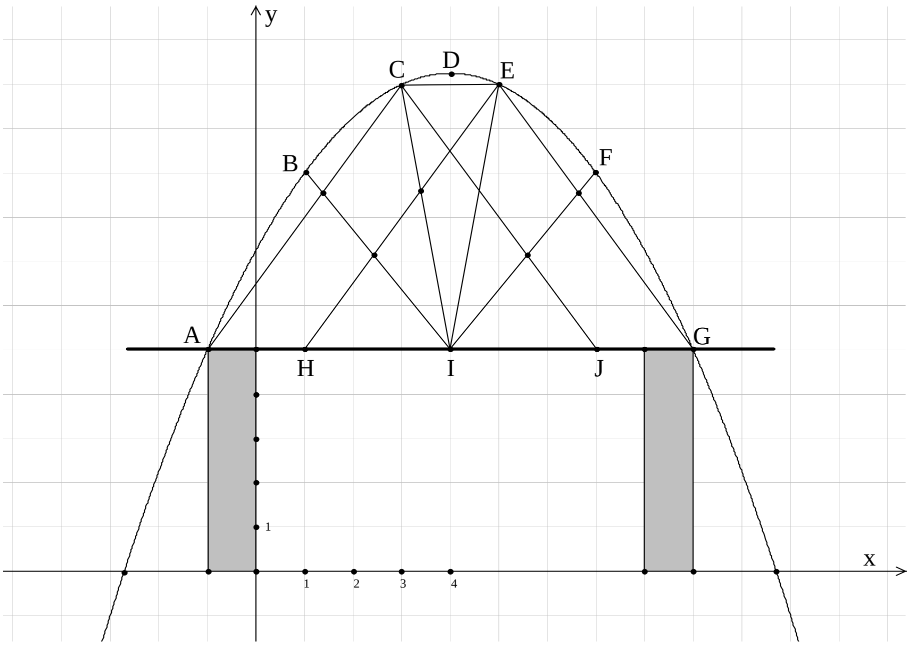
c) $y = 7{,}5 \quad \mathit{und} \quad y = \frac{3}{2}x + 2 \quad \rightarrow \quad S(3\tfrac{2}{3} / 7{,}5)$

d) Für die Rechnung wähle B, C und D $\rightarrow$ Parabelgleichung: $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 6$

e) $N_1(-4/0) \quad \mathit{und} \quad N_2(12/0)$

f) $S_1(0/6) \quad \mathit{und} \quad S_2(13/-2{,}125)$

BRÜCKE MIT PARABELBOGEN



Ein parabelförmiger Brückenbogen ist gegeben durch die Punkte A(-1/5), B(1/9), C(3/11), D(4/11,25), E(5/11), F(7/9) und G(9/5).

Für die Stabilität des Bogens muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Wo schneidet sich die Gerade BI mit der Geraden AC?

b) Wo schneidet sich die Gerade BI mit der Geraden HE?

c) Wo schneidet sich die Gerade CI mit der Geraden HE?

d) Bestimme die Gleichung des Brückenbogens.

e) Bestimme die Nullstellen der Parabel.

f) In welchen Punkten schneidet die Gerade $y = -\frac{1}{2}x + 9,5$ die Parabel?

Lösungen:

a) $y = -\frac{4}{3}x + 10\frac{1}{3} \quad und \quad y = \frac{3}{2}x + 6,5 \quad \rightarrow \quad S(1,35/8,53)$

b) $y = -\frac{4}{3}x + 10\frac{1}{3} \quad und \quad y = \frac{3}{2}x + 3,5 \quad \rightarrow \quad S(2,41/7,12)$

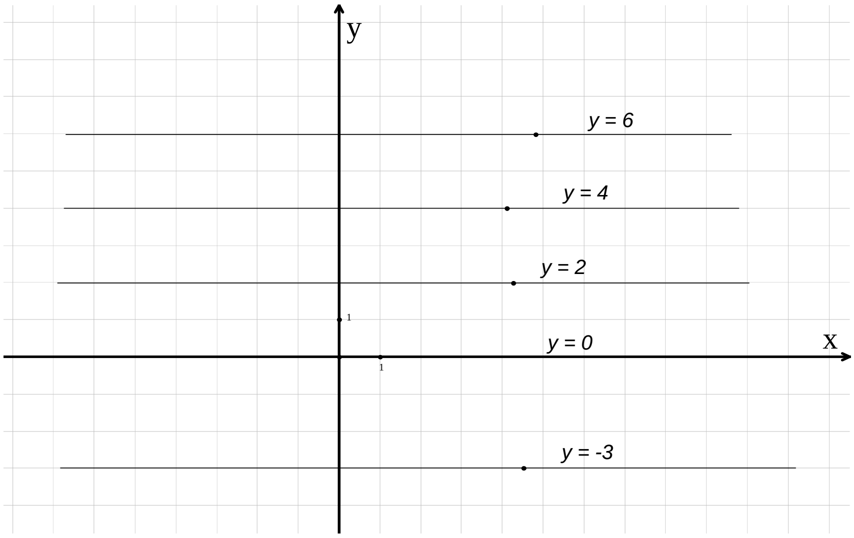
c) $y = -6x + 29 \quad und \quad y = \frac{3}{2}x + 3,5 \quad \rightarrow \quad S(3,4/8,6)$

d) Für die Rechnung wähle A, B und C $\rightarrow$ Parabelgleichung: $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 7,25$

e) $N_1(-2,71/0) \quad und \quad N_2(10,71/0)$

f) $S_1(1/9) \quad und \quad S_2(9/5)$

PARALLELEN zu den Koordinatenachsen



MERKE:

Die <u>x- Achse</u> hat die Gleichung $\boxed{y=0}$

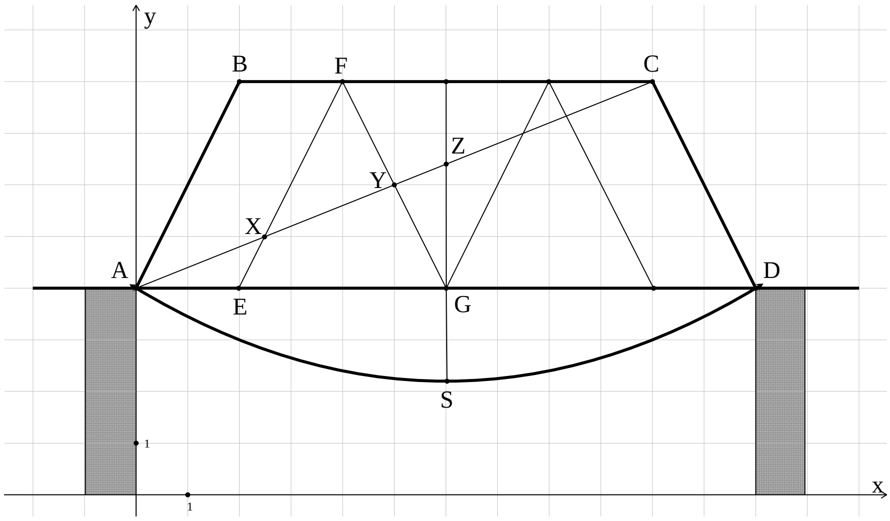
<u>Parallelen zu x- Achse</u> haben die Gleichung $\boxed{y=b}$

MERKE:

Die <u>y- Achse</u> hat die Gleichung $\boxed{x=0}$

<u>Parallelen zu y- Achse</u> haben die Gleichung $\boxed{x=a}$

TRAPEZ-BRÜCKE



Ein trapezförmige Brücke ist gegeben durch die Punkte A(0/4), B(2/8), C(10/8), D(12/4), E(2/4), F(4/8) und G(6/4). Für die Stabilität der Brücke muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Bestimme den Schnittpunkt X.

b) Bestimme den Schnittpunkt Y.

c) Bestimme den Schnittpunkt Z.

d) Der Parabelbogen geht durch die Punkte A(0/4), P(2/3) und Q(10/3). Bestimme die Gleichung der Parabel.

e) Bestimme den Scheitel der Parabel.

f) Welchen Abstand hat die Parabel von der x-Achse?

g) In welchen Punkten schneidet die Parabel die Gerade $y = 8$?

h) Wie groß ist die Fläche des Trapezes?

Lösungen:

a) $y = \frac{2}{5}x + 4 \quad und \quad y = 2x \quad \rightarrow \quad X(2,5/5)$

b) $y = \frac{2}{5}x + 4 \quad und \quad y = -2x + 16 \quad \rightarrow \quad Y(5/6)$

c) $y = \frac{2}{5}x + 4 \quad und \quad x = 6 \quad \rightarrow \quad Z(6/6,4)$

d) Parabelgleichung: $y = \frac{1}{20}x^2 - 0,6x + 4$

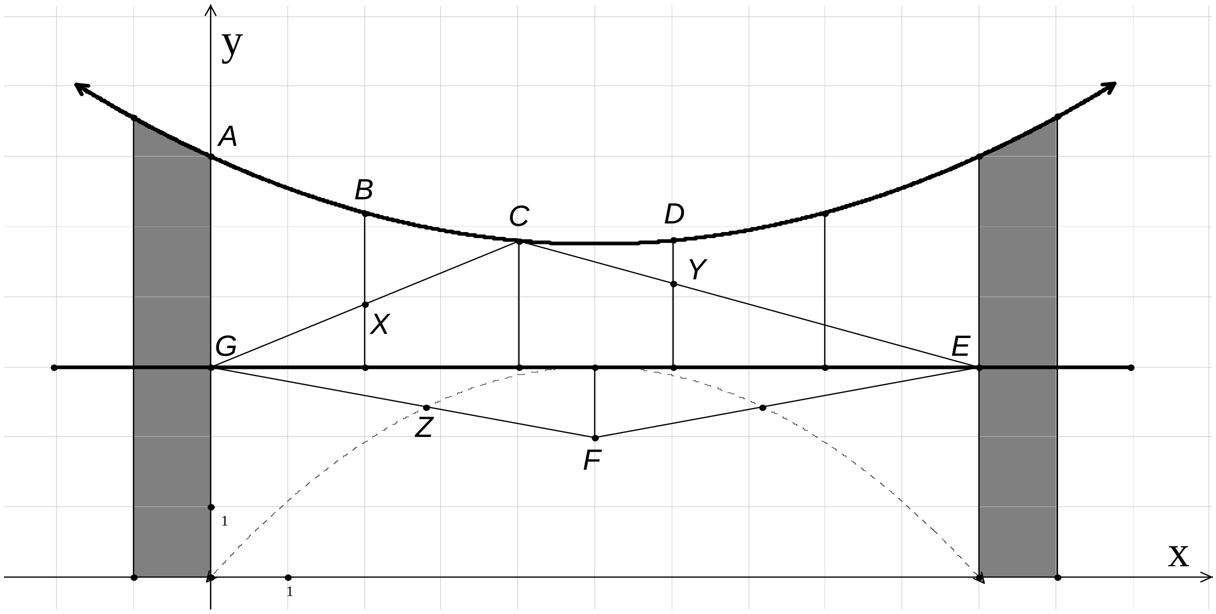
e) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen P und Q $\rightarrow$ $S(6/2,2)$

f) Abstand des Scheitels von der x-Achse: $d = 2,2$

g) $\frac{1}{20}x^2 - 0,6x + 4 = 8 \quad \rightarrow \quad S_1(-4,77/8) \quad und \quad S_2(16,77/8)$

h) $A_{Trapez} = \frac{a+c}{2} \cdot h = ... = 40\ FE$

HÄNGEBRÜCKE



Eine Hängebrücke ist gegeben durch die Punkte A(0/6), B(2/5,2), C(4/4,8), D(6/4,8), E(10/3), F(5/2) und G(0/3). Für die Stabilität der Brücke muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Bestimme den Schnittpunkt X.

b) Bestimme den Schnittpunkt Y.

c) Der Parabelbogen geht durch die Punkte A(0/6), B(2/5,2) und C(4/4,8). Bestimme die Gleichung der Parabel.

d) Bestimme den Scheitel der Parabel.

e) Welchen Abstand hat die Parabel von der Geraden GE ?

f) In welchen Punkten schneidet die Parabel die Gerade $y = 5,2$?

g) Wie groß ist die Fläche des Dreieckes EFG ?

* * *

h) Zur Unterstützung der Brücke wird noch ein zweiter Bogen konstruiert (siehe Zeichnung). Bestimme die Gleichung des Parabelbogens.

i) Bestimme den Schnittpunkt Z.

* * *

j) Zeichne die Parabel $y = \frac{1}{8}x^2 - 0,8x + 5,28$ im Bereich $-2 \le x \le 8$. Bestimme den **Scheitel**.

LÖSUNGEN

a) $y = 0,45x + 3 \quad und \quad x = 2 \quad \rightarrow \quad X(2/3,9)$

b) $y = -0,3x + 6 \quad und \quad x = 6 \quad \rightarrow \quad Y(6/4,2)$

c) Parabelgleichung: $y = \frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{2}x + 6$

d) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen C und D $\rightarrow \quad S(5/4,75)$

e) Abstand des Scheitels von der Fahrbahn: $d = 4,75 - 3 = 1,75$

f) $\frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{2}x + 6 = 5,2 \quad \rightarrow \quad S_1(2/5,2) \quad und \quad S_2(8/5,2)$

g) $A_{Dreieck} = \frac{g \cdot h}{2} = ... = 5\ FE$

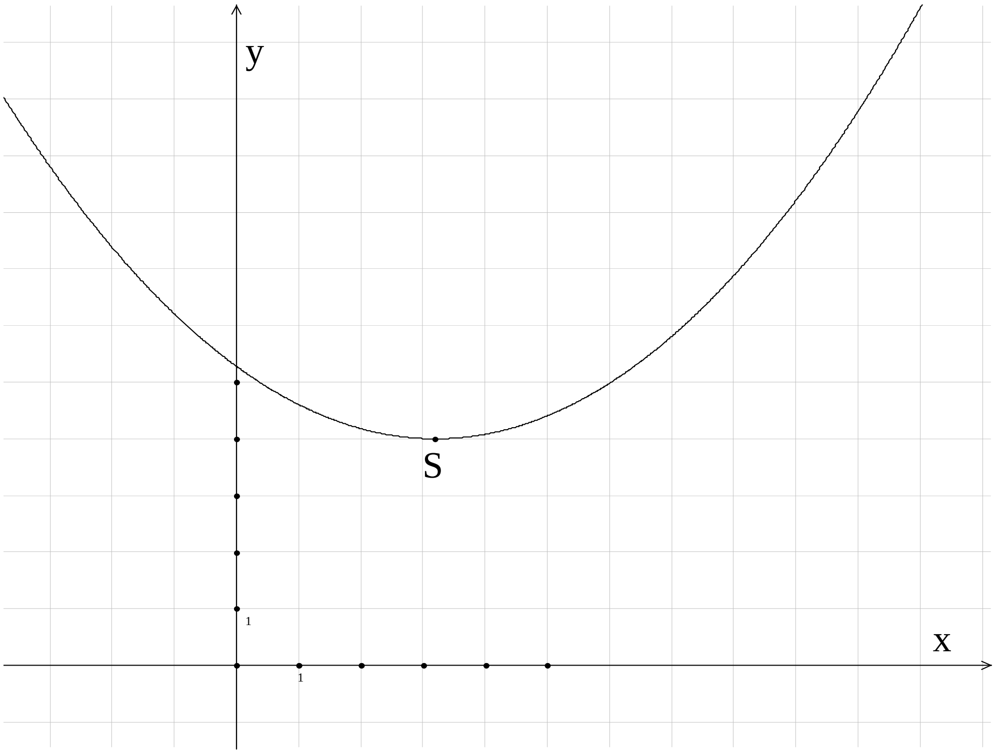
* * *

h) $y = -\frac{3}{25}x^2 + \frac{6}{5}x$

i) $Gerade \quad y = -0,2x + 3 \quad \cap \quad Parabel \quad \rightarrow \quad Z(2,83/2,43)$

* * *

j) Zeichnung mit Hilfe einer Wertetabelle:

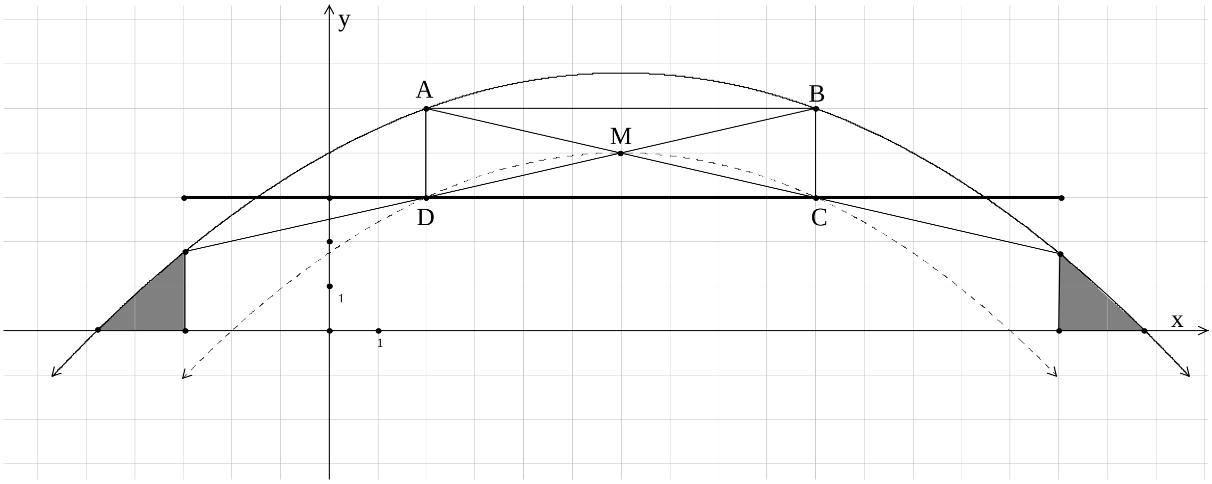


* * *

Die Parabelgleichung muss mit Hilfe einer ***quadratischen Ergänzung*** umgeformt werden:

$y = \frac{1}{8}x^2 - 0,8x + 5,28 \quad \rightarrow \quad y - 4 = \frac{1}{8}(x - 3,2)^2 \quad \rightarrow \quad Scheitel \quad S(3,2/4)$

BRÜCKENBOGEN



Ein parabelförmiger Brückenbogen ist gegeben durch die Gleichung $y = -\frac{1}{20}x^2 + 0,6x + 4$.

Die Punkte A(2/5) und B(10/5) liegen auf dem Brückenbogen, C(10/3) und D(2/3) liegen auf der Fahrbahn.

Für die Stabilität der Brücke muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Bestimme den Schnittpunkt M.

b) Bestimme die beiden Schnittpunkte der Parabel mit der Fahrbahn.

c) Bestimme den Scheitel der Parabel.

d) Wo schneidet die Gerade $y = -\frac{1}{4}x + 5,5$ die Parabel?

e) Ein zweiter Parabelbogen geht durch die Punkte D(2/3), M(6/4) und C(10/3). Bestimme die Gleichung der Parabel.

f) Welchen Abstand haben die beiden Parabeln voneinander?

g) Wie groß ist die Fläche ABCD ?

* * *

h) Zeichne die Parabel $y = \frac{1}{10}x^2 - 0,54x + 4,52$ im Bereich $-1 \le x \le 6$.

i) Bestimme den **Scheitel**.

* * *

LÖSUNGEN

a) $y = -\frac{1}{4}x + 5,5 \quad und \quad y = \frac{1}{4}x + 2,5 \quad \to \quad M(6/4)$

b) $S_1(-1,48/3) \quad und \quad S_2(13,48/3)$

c) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen A und B $\quad \to \quad S(6/5,8)$

d) $S_1(2/5) \quad und \quad S_2(15/1,75)$

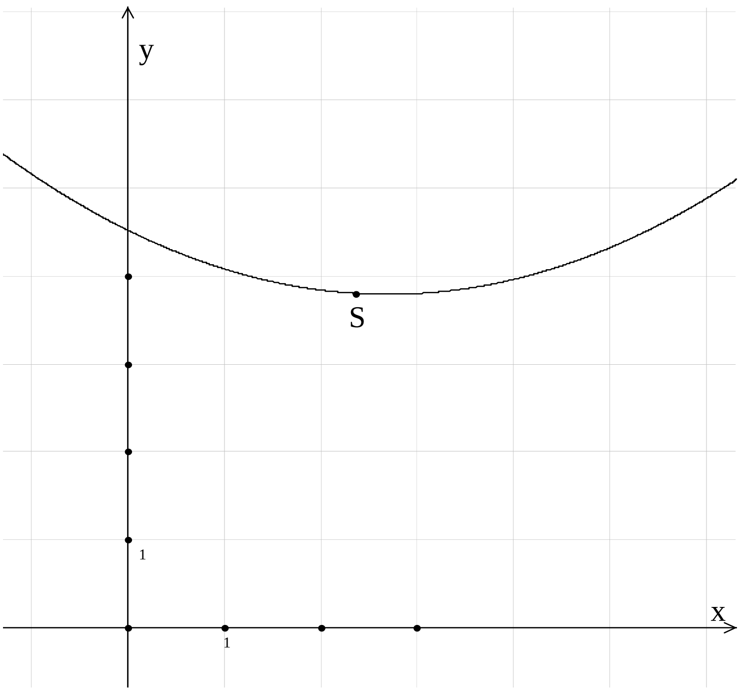
e) $y = -\frac{1}{16}x^2 + \frac{3}{4}x + 1,75$

f) Abstand des Scheitels S(6/5,8) von M(6/4): $\quad d = 5,8 - 4 = 1,8$

g) $A_{\square} = a \cdot b = ... = 16\ FE$

* * *

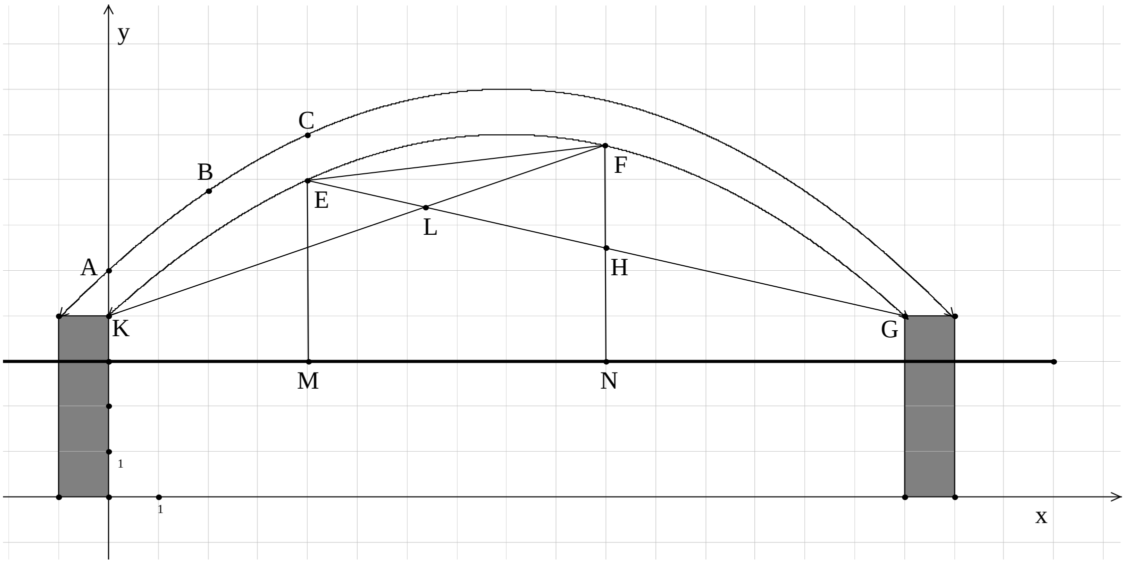
h) Zeichnung mit Hilfe einer Wertetabelle:



Die Parabelgleichung muss umgeformt werden:

$y = \frac{1}{10}x^2 - 0,54x + 4,52 \quad \to \quad y - 3,791 = \frac{1}{10}(x - 2,7)^2 \quad \to \quad Scheitel \quad \underline{\underline{S(2,7/3,791)}}$

DOPPELTER BRÜCKENBOGEN



Ein parabelförmiger Brückenbogen $\widehat{KEFG}$ ist gegeben durch die Gleichung $y = -\frac{1}{16}x^2 + x + 4$. Die Punkte besitzen folgende Koordinaten: E(4 / 7), F(10 / 7,75), G(16 / 4) und K(0 / 4).

Die Fahrbahn hat von der x-Achse den Abstand h = 3.

Für die Stabilität der Brücke muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Bestimme die Nullstellen der Parabel. $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

b) Bestimme den Schnittpunkt H. oder

c) Bestimme den Schnittpunkt L. $x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

d) Bestimme den Scheitel der Parabel.

e) Wo schneidet die Gerade $y = 5{,}75$ die Parabel?

f) Der zweiter Parabelbogen geht durch die Punkte A(0/5), B(2 / 6,75) und C(4 / 8). Bestimme die Gleichung der Parabel.

g) Welche Koordinaten hat der Scheitel der zweiten Parabel?

h) Welchen Abstand haben die beiden Parabeln voneinander?

i) Wie groß ist die Trapezfläche MEFN ?

* * *

j) Zeichne die Parabel $y = \frac{1}{4}x^2 - 2{,}1x + 7{,}41$ im Bereich $0 \le x \le 8$.

k) Bestimme den **Scheitel**.

LÖSUNGEN

a) $Nullstellen \quad N_1(-3,31/0) \quad und \quad N_2(19,31/0)$

b) $y=-\frac{1}{4}x+8 \quad und \quad x=10 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{H(10/5,5)}}$

c) $y=-\frac{1}{4}x+8 \quad und \quad y=0,375x+4 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{L(6,4/6,4)}}$

d) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen K und G $\rightarrow \quad \underline{\underline{S(8/8)}}$

e) $S_1(2/5,75) \quad und \quad S_2(14/5,75)$

f) $y=-\frac{1}{16}x^2+x+5$

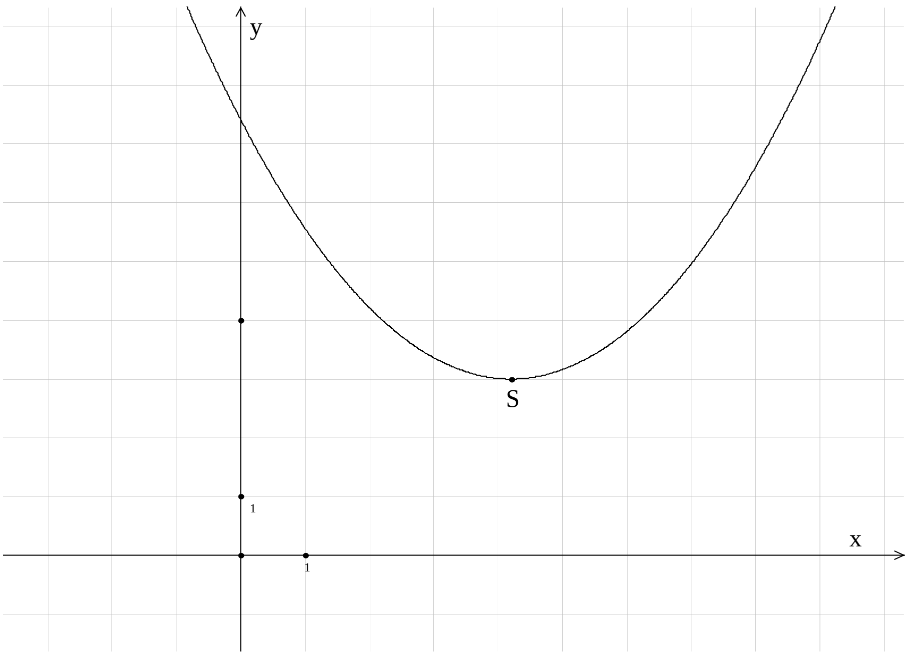
g) Scheitel S(8/9)

h) Abstand der beiden Scheitelpunkte: $d=9-8=\underline{\underline{1}}$

i) $A_{Trapez}=\dfrac{a+c}{2}\cdot h=.....=\underline{\underline{26,25\ FE}}$

* * *

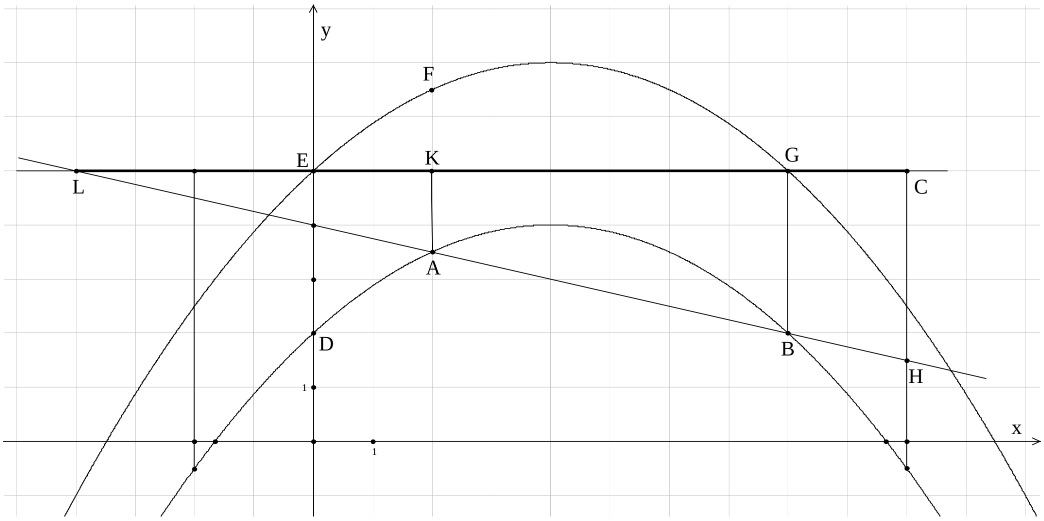
j) Zeichnung mit Hilfe einer Wertetabelle:



Die Parabelgleichung muss umgeformt werden:

$y=\frac{1}{4}x^2-2,1x+7,41 \quad \rightarrow \quad y-3=\frac{1}{4}(x-4,2)^2 \quad \rightarrow \quad Scheitel \quad \underline{\underline{S(4,2/3)}}$

DOPPELBRÜCKENBOGEN



Der untere Brückenbogen $\widehat{DAB}$ ist gegeben durch die Gleichung $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 2$.

Von folgenden Punkten sind die Koordinaten bekannt:

A(2 / 3,5), B(8 / 2), C(10 / 5) und D(0 / 2).

Die Fahrbahn hat von der x-Achse den Abstand h = 5. Für die Stabilität der Brücke muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Bestimme die Nullstellen der Parabel. $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

b) Bestimme den Schnittpunkt H. oder

c) Bestimme den Schnittpunkt L. $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

d) Bestimme den Scheitel der Parabel.

e) Wo schneidet die Gerade $y = -0,5$ die Parabel? [Kontrolle an der Zeichnung.]

f) Der obere Parabelbogen geht durch die Punkte E(0/5), F(2 / 6,5) und G(8 / 5). Bestimme die Gleichung der Parabel.

g) Welche Koordinaten hat der Scheitel der zweiten Parabel?

h) Welchen Abstand haben die beiden Parabeln voneinander?

i) Wie groß ist die Trapezfläche ABGK ?

* * *

j) Zeichne die Parabel $y = \frac{1}{4}x^2 - 1,2x + 5$ im Bereich $0 \le x \le 5$.

k) Bestimme den **Scheitel**.

LÖSUNGEN

a) *Nullstellen* $N_1(-1{,}66/0)$ *und* $N_2(9{,}66/0)$

b) $y = -\frac{1}{4}x + 4$ *und* $x = 10 \rightarrow \underline{\underline{H(10/1{,}5)}}$

c) $y = -\frac{1}{4}x + 4$ *und* $y = 5 \rightarrow \underline{\underline{L(-4/5)}}$

d) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen D und B $\rightarrow \underline{\underline{S(4/4)}}$

e) $S_1(-2/-0{,}5)$ *und* $S_2(10/-0{,}5)$

f) zweite Parabel: $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 5$

g) Scheitel S(4 / 7)

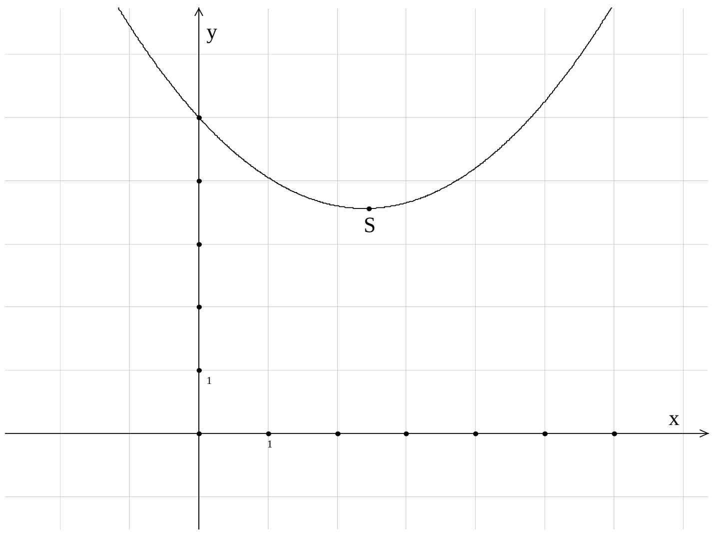
h) Abstand der beiden Scheitelpunkte: $d = 7 - 4 = \underline{\underline{3}}$

i) $A_{Trapez} = \frac{a+c}{2} \cdot h = ... = \underline{\underline{13{,}5\ FE}}$

* * *

j) Zeichnung mit Hilfe einer Wertetabelle:

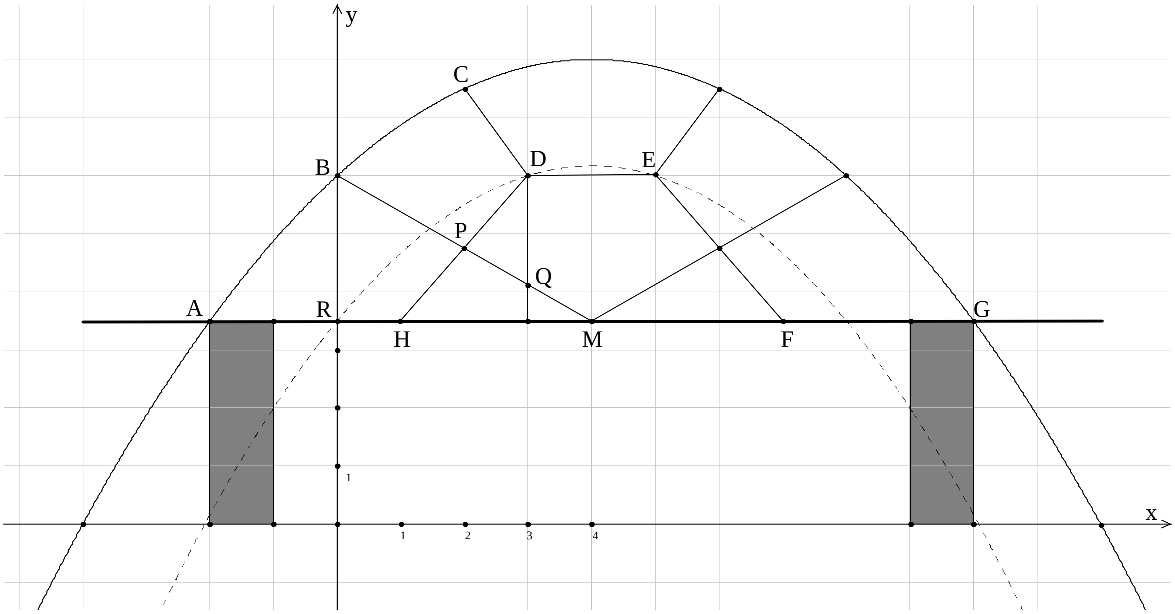
x	0	1	2	3	4	5		
y	5	4,05	3,60	3,65	4,20	5,25		



Die Parabelgleichung muss umgeformt werden:

$y = \frac{1}{4}x^2 - 1{,}2x + 5 \rightarrow y - 3{,}56 = \frac{1}{4}(x - 2{,}4)^2 \rightarrow$ *Scheitel* $\underline{\underline{S(2{,}4/3{,}56)}}$

BRÜCKE MIT TRAPEZ



Der Brückenbogen $\overparen{ABCG}$ ist gegeben durch die Gleichung $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 6$.

Von folgenden Punkten sind die Koordinaten bekannt:

A(-2 / 3,5), B(0 / 6), C(2 / 7,5), D(3 / 6), E(5 / 6), F(7 / 3,5), G(10 / 3,5) und H(1 /3,5).

Die Fahrbahn hat von der x-Achse den Abstand h = 3,5. Für die Stabilität der Brücke muss man gerade Verstrebungen einbauen, die an den Schnittstellen miteinander verschraubt werden.

a) Bestimme die Nullstellen der Parabel. $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

b) Bestimme den Schnittpunkt P. oder

c) Bestimme den Schnittpunkt Q. $x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

d) Bestimme den Scheitel der Parabel.

e) Wo schneidet die Gerade $y = 4{,}875$ die Parabel? [Kontrolle an der Zeichnung.]

f) Ein weiterer Parabelbogen geht durch die Punkte R(0 / 3,5), D(3 / 6) und E(5 / 6).
Bestimme die Gleichung der Parabel.

g) Welche Koordinaten hat der Scheitel der zweiten Parabel?

h) Welchen Abstand haben die beiden Parabeln voneinander?

i) Wie groß ist die Trapezfläche HDEF ?

* * *

j) Zeichne die Parabel $y = \frac{1}{8}x^2 - 1{,}2x + 5$ im Bereich $2 \le x \le 8$. [Maßstab: 1LE = 1 cm]

k) Bestimme den **Scheitel**.

LÖSUNGEN

a) $Nullstellen \quad N_1(-4/0) \quad und \quad N_2(12/0)$

b) $y=-\frac{5}{8}x+6 \quad und \quad y=\frac{5}{4}x+2,25 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{P(2/4,75)}}$

c) $y=-\frac{5}{8}x+6 \quad und \quad x=3 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{Q(3/4,125)}}$

d) Der Scheitel liegt in der Mitte zwischen A und G $\rightarrow \quad \underline{\underline{S(4/8)}}$

e) $S_1(-1/4,875) \quad und \quad S_2(9/4,875)$

f) zweite Parabel: $y=-\frac{1}{6}x^2+\frac{4}{3}x+3,5$

g) Scheitel $S(4/6\frac{1}{6})$

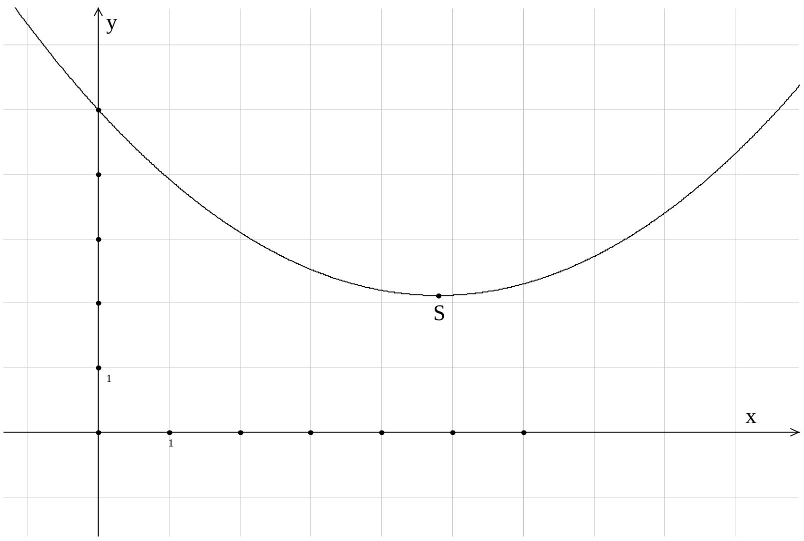
h) Abstand der beiden Scheitelpunkte: $d=8-6\frac{1}{6}=\underline{\underline{1\frac{5}{6}}}$

i) $A_{Trapez}=\dfrac{a+c}{2}\cdot h=.....=\underline{\underline{10\ FE}}$

* * *

j) Zeichnung mit Hilfe einer Wertetabelle:

x	2	3	4	5	6	7	8
y	3,10	2,525	2,20	2,125	2,30	2,725	3,40



Die Parabelgleichung muss umgeformt werden:

$y=\frac{1}{8}x^2-1,2x+5 \quad \rightarrow \quad y-2,12=\frac{1}{8}(x-4,8)^2 \quad \rightarrow \quad Scheitel \quad \underline{\underline{S(4,8/2,12)}}$

FORMELSAMMLUNG

MITTELPUNKT einer Strecke: $M\left(\frac{x_1+x_2}{2} \Big/ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

SCHWERPUNKT eines Dreieckes: $S\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3} \Big/ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

LÄNGE einer Strecke: $\overline{AB} = \sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

STEIGUNG einer Geraden: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

GERADENGLEICHUNGEN

Allgemeine Geradengleichung: $Ax + By + C = 0$

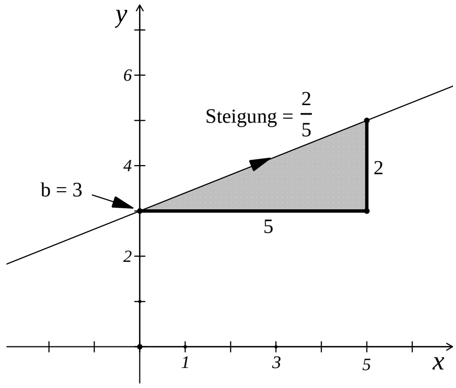
Achsenabschnittsform: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Zwei-Punkte-Form: $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Punkt-Richtungs-Form: $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$

Normalform

$$\boxed{\begin{array}{l} y = m\,x + b \\ m = \mathit{Steigung} \\ b = \mathit{Schnittstelle\ mit\ der}\ y-\mathit{Achse} \end{array}}$$



Gerade durch den Ursprung: $y = m \cdot x$

Gleichung der x-Achse: $y = 0$

Parallele zur x-Achse: $y = b$

Gleichung der y-Achse: $x = 0$

Parallele zur y-Achse: $x = a$

SENKRECHT STEHEN (orthogonal sein): $m_1 \cdot m_2 = -1$ oder $m_2 = -\frac{1}{m_1}$

WINKEL ***Gerade mit Gerade*** $\tan\varphi = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1}$

Gerade mit der x-Achse $\tan\varphi = m$

DREIECKSFLÄCHE	$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot [x_1 \cdot (y_2 - y_3) + x_2 \cdot (y_3 - y_1) + x_3 \cdot (y_1 - y_2)]$
	$A_\Delta = \frac{g \cdot h}{2}$ [Sonderfall]
MITTELPUNKT DES UMKREISES	Schnittpunkt der Mittellote
SCHERUNG EINES DREIECKES	Die Dreiecksspitze wird parallel zur Basis verschoben, der Flächeninhalt bleibt dabei gleich groß.
ROTATIONSVOLUMEN	$V_x = A \cdot 2\pi \cdot y_S$ und $V_y = A \cdot 2\pi \cdot x_S$
ROTATIONSOBERFLÄCHE	$O_x = \ell \cdot 2\pi \cdot y_S$ und $O_y = \ell \cdot 2\pi \cdot x_S$
PUNKTPROBE	Punkt in Geradengleichung einsetzen und prüfen, ob die Gleichung erfüllt ist.

NORMALPARABELN

nach ***oben*** geöffnet	$\boxed{y = +\,x^2 + p\,x + q \quad mit \quad Faktor \quad +1}$
nach ***unten*** geöffnet	$\boxed{y = -\,x^2 + p\,x + q \quad mit \quad Faktor \quad -1}$
SCHEITELFORM	$y - y_S = \pm\,(x - x_S)^2$ *oder* $y = \pm\,(x - x_S)^2 + y_S$ — Scheitel bei $S\left(x_S \,/\, y_S\right)$.

ALLGEMEINE PARABELN

Scheitel ist nicht ablesbar.	$\boxed{y = a\,x^2 + b\,x + c}$
Scheitel bei $S(0/c)$.	$\boxed{y = a\,x^2 + c \quad mit\ Scheitel\ auf\ \ der\ \ y-Achse}$

KREISGLEICHUNG	$\boxed{\left(x - x_M\right)^2 + \left(y - y_M\right)^2 = r^2}$
BINOMISCHE FORMELN	$\left(a \pm b\right)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $\left(a + b\right) \cdot \left(a - b\right) = a^2 - b^2$
P-Q-FORMEL	$\boxed{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$
MITTERNACHTSFORMEL	$\boxed{x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$